

医療統計学 vol.8

木村 朗

*この章では検定の基礎を学ぶ



5回連続して表がでたコインは かたよっているといえるか？

- かたよりのないコイン 表 裏 出る確率1/2

$$1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2 = (1/2)^5 = 1/32$$

$$\text{near} = 0.03125 \quad \text{near} = 3\%$$

100回に3回くらいでしか起こらない……



コインは「かたよっていない」という仮説を立てて検定すると？

• コインのかたよりを判定する・・・

5回・・・

$P(\text{表 表 表 表 表})_{\text{near}} = 0.03$ 3%

6回・・・

$P(\text{表 表 表 表 表 表})_{\text{near}} = 0.016$ 1.6%

7回・・・

$P(\text{表 表 表 表 表 表 表})_{\text{near}} = 0.008$ 0.8%



表が連続してでる回数が増えるにつれ、このコインがかたよってない確率が減っていく。つまり、かたよっている疑いが強くなる！確率を用いて、事象の確率を引き起こす構造について判断を下すこと・・・この考え方を検定という。

「コインはかたよってない」と仮定を立て、それが正しいかどうかを検定している。この**仮定を仮説**と呼ぶ。また、5回続けて表が出たときの3%のように**検定が間違ってしまう確率は「危険率」(あるいは有意水準)**と呼ばれる。

検定の独特な考え方の流れを知っておくことが大切

- 検定は思春期の恋心に似ている・・・
- 主張したいことの反対の仮説を立てる。
(一目ぼれ・・・本当は好きなのに・・・付き合いたいののに・・・「きっと彼・彼女がいるに違いない」・・・
いて欲しくないけど、いるという仮説を立てる・・・
つまり、これを否定することを目指すのさ！

無に帰したい仮説なので・・・帰無仮説という。
この考え方をキム仮説と呼びたい・・・(私事)

検定の考え方の流れ



- コインを例に...

コインは表・裏がでる確率が $1/2$ 、かたよりがないと仮定



表が5回連続ででる確率 $\text{near} = 0.03 = \text{約}3\%$



まれなことが起こったと考えるなら



「コインはかたよっていない」という最初の仮説は棄却される



コインはかたよっていると判定できる!!!

まれの基準の危険率が鍵

検定の結果は危険率によって変わってくる

「まれ」の程度を決める「危険率」

一般には5%を用いる、

生命に関連するような事柄には1%を用いることが多い。

この危険率によって、判断が変わることもある。

5回中4回表のとき、かたよりがあ るといえる？

- 確率変数 X は二項分布の計算で表せる
 X は $B(n, p) \rightarrow B(5, 1/2)$ に従う

例) コインを5回投げたら4回表がでた

$$\begin{aligned} P(X=k) &= {}^5C_k (1/2)^k (1/2)^{5-k} \\ &= {}^5C_k (1/2)^5 \\ &= {}^5C_k / 32 \quad (k=0, 1, \dots, 5) \end{aligned}$$

$$P(X=4) = 0.15625$$

$$P(X=5) = 0.03125$$

5回中4回表でも、かたよりがあるとはいいきれない場合

X	0	1	2	3	4	5
確率	0.03125	0.15625	0.3125	0.3125	0.15625	0.03125

Xは表のでる回数

コインにかたよりが無い、という仮説が正しいならば・・・5回中4回表がでる確率 $P(X=4)$ は上の結果より15.625%という値が設定した危険率5%より大きいので、まれなことが起こったとは言えない・・・仮説は棄却されない

4回表が出たという結果から「かたよりがあると判定する場合には、4回以上表が出るという確率が(? ... * に対して) **小さいかどうか**を判定しなくてはならない。

$$P(X=4) + P(X=5) = 0.15625 + 0.03125$$

$$= 0.1875 \quad \text{near} = 19\% \quad \text{(どうなの?)}$$

かたよりを疑いたい私にとって、このまれとは言えない状況を打破するには、ただ一つ・・・もっと試すしかない・・・

危険率5%*なら10回中9回表で かたよりがあるといえるか？！

- そこで10回投げてみると…
- 5回中4回表がでて、10回中8回表がでて同じ8割。
結論は変わるのだろうか？

Xは $B(n, p) \rightarrow B(10, 1/2)$ に従うから、

$$\begin{aligned} P(X=k) &= 10Ck (1/2)^k (1/2)^{10-k} \\ &= 10Ck (1/2)^{10} = 10Ck / 1024 \end{aligned}$$

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
確率	0.001	0.01	0.044	0.117	0.205	0.246	0.205	0.117	0.044	0.01	0.001

$$P(X=8) + P(X=9) + P(X=10) = 0.044 + 0.01 + 0.001 = 0.055 = 5.5\%$$

危険率5%だから 危険率5% < 5.5% まれなことが起こったとは言えない

仮説は棄却されない…しかし！ 10回中9回表が出たら $P(X=9) + P(X=10) = 1.1\%$
>まれなことが起こったといえる> 仮説は棄却される！ >まれなことが**起こったのだ**

課題1

- コインを6回投げて、5回表がでた。
- この時、このコインはかたよりが無いという仮説を立てる。
- **危険率5%**のとき、この仮説は棄却されるだろうか？