直交表入門

きむあき

直交表による実験計画

- ２水準の場合
- これが“２水準”とよばれるのは，表の本体に出てくる数字が1と2の2種類であるからであり，“直交表”とよばれるのは，この表が次の性質を持っているから

$L8(2^7)$

上段:列番 下段:No.	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
成分	a	b	ab	c	ac	bc	abc
群番号	1群	2群		3群			

$L8(2^7)$

上段:列番 下段:No.	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
成分	a	b	ab	c	ac	bc	abc
群番号	１群	２群		３群			

２水準の直交表の性質

- 任意の2つの列をとってきたとき，数字の並びは

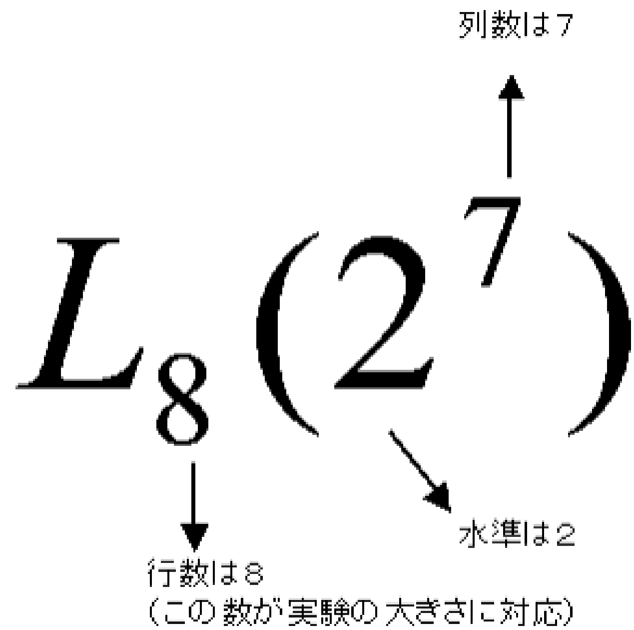
（1，1），（1，2），（2，1），（2，2）

の4通りあり，この**4通りの並びがどの2列をとってきても必ず同数回ずつ現れる。**

- 確かめてみよう。
- 2つの列として第1列と第2列をとってみる。数字の並びは上から順に（1，1），（1，1），（1，2），（1，2），（2，1），（2，1），（2，2），（2，2）であって，
- 4通りの並び（1，1），（1，2），（2，1），（2，2）が各2回ずつ現れている。このようにして，どの2列をとってきても，
- 図表7．1の直交表では，（1，1），（1，2），（2，1），（2，2）の**数字の並びが各2回ずつ現れている**ことが確かめられる。

かっこの中の数値が同じ場合、同値を区別しない。順番の違いで区別する。

- 直交表の本体以外の部分の説明をしよう。列番は列の番号をあらわす。
- No.は直交表の行の数を表わし，あとでわかるように，各行は実験番号に対応し，行の数は実験の大きさとなる成分記号，群番号についてはあとで説明する。
- 図表7.1の直交表をＬ8で表わす。Ｌは直交表を表わす記号であり，直交上がラテン方格(Latin square)を発展させたものであることから，この記号Ｌを使ったとのことである。この記号に含まれているいろいろな数字の意味を次に示す。



- このような直交表が実験計画でどのように使われるかを説明しよう。
- 各２水準の4つの因子Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを取り上げた実験を考える。
- 因子の間の交互作用は存在しないものとする。もし4元配置で実験をすれば，すべての水準組合せは2×2×2×2＝16であるから16回の実験をすることになる。これに対して，直交表Ｌ8を用いてつぎのような8回の実験をすることにする。

Ⅰ.Ｌ8には列が7本あるが，この7本の列の任意の4本の列にＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄを対応させる。いま，1列にＡ，2列にＢ，3列にＣ，7列にＤを対応させたとする。

直交表による実験

上段:列番 下段:No.	1	2	3	4	5	6	7		水準組合せ	データ
1	1	1	1	1	1	1	1	→	A1B1C1D1	X1=51
2	1	1	1	2	2	2	2	→	A1B1C1D2	X2=32
3	1	2	2	1	1	2	2	→	A1B2C2D2	X3=14
4	1	2	2	2	2	1	1	→	A1B2C2D1	X4=14
5	2	1	2	1	2	1	2	→	A2B1C2D2	X5=6
6	2	1	2	2	1	2	1	→	A2B1C2D1	X6=19
7	2	2	1	1	2	2	1	→	A2B2C1D1	X7=24
8	2	2	1	2	1	1	2	→	A1B2C1D2	X8=14

Ⅱ.直交表の本体中の数字1，2を，その列に対応させられている因子の水準とみなすと，これから8つの水準組合せが決まる。いまの例では，実験No1.Ａ1Ｂ1Ｃ1Ｄ1，実験No.2はＡ1Ｂ1Ｃ1Ｄ2・・・，実験No.8はＡ2Ｂ2Ｃ1Ｄ2である。

- Ⅲ.実験としてはⅡ.で決まった8つの水準組合せについて実験をする。この8つの実験をランダムな順序で行う。

- 直交表によるこの実験では，因子のすべての水準組合せは実験されていない。
- しかし，いまのように交互作用が存在しない場合には，因子の水準組合せを全部実験しなくてもこの8回の実験データからＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄの水準間の比較をすることができる。
- その理由を説明しよう。
- Ａ1での4つの実験（No.1，No.2，No.3，No.4）とＡ2での4つの実験（No.5，No.6，No.7，No.8）とを比べてみる。
- **Ａ1の方ではＢ1，Ｂ2でそれぞれ2回ずつ実験されている**が，**Ａ2の方でもＢ1，Ｂ2でそれぞれ2回ずつ実験されている。**
- またＡ1の方ではＣ1，Ｃ2でそれぞれ2回，Ａ2の方でもＣ1，Ｃ2でそれぞれ2回ずつ実験されている。
- また，Ａ1の方ではＤ1，Ｄ2でそれぞれ2回，Ａ2の方でもＤ1，Ｄ2でそれぞれ2回ずつ実験されている。
- このことから，**Ａ1でのデータの合計（以後，“Ａ1水準で実験されたデータの合計”を簡単に“Ａ1でのデータの合計**”とよぶ）と**Ａ2でのデータの合計を比較する。因子Ｂ，Ｃ，Ｄの影響は両方で平等に入って**おり，

- （Ａ1でのデータの合計）－（Ａ2でのデータの合計）を計算すれば，これは**Ａ1とＡ2との比較になっている。**

- 分散分析の考え方で説明したように，

- **全変動＝一般平均＋Ａ＋Ｂ＋Ｃ＋Ｄ＋誤差変動**

のように考える

- いまは因子Ａの水準の比較について調べたが，他の因子Ｂ，Ｃ，Ｄの水準の比較についても同様のことが成り立つ。

- たとえば，Ｂ1でのデータの合計とＢ2でのデータの合計には，他の因子Ａ，Ｃ，Ｄの影響は平等に入っており，単純にＢ1でのデータの合計とＢ2でのデータの合計とを比較すれば，Ｂ1とＢ2の比較になっている。これらの事実は前述の直交表の性質から導かれる。

- 一般に，因子Ａの各水準でのデータの平均値をとれば因子Ｂの影響がおのおのに平等に入っていて，また，因子Ｂの各水準でのデータの平均値をとれば因子Ａの影響がおのおのに平等に入っているとき，“**因子Ａと因子Ｂとは直交している**”あるいは“**因子Ａの主効果と因子Ｂの主効果とは直交している**”という。上の例では因子Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄが互いに直交している。

- 例として図表7．3の2元配置を考えてみよう。Ａ1でのデータの合計，Ａ2でのデータの合計には因子Ｂの影響は平等に入っており，Ｂ1でのデータの合計，Ｂ2でのデータの合計には因子Ａの影響は平等に入っている。したがって，因子Ａと因子Ｂとは直交している。

2元配置

上段:A 下段:B	B1	B2	B3
A1	○	○	○
A2	○	○	○

- 因子ＡのＡ1水準とＡ２水準の比較が，それぞれの平均値を比べることにより簡単にできるためには，因子Ａが他の因子と直交していなければならない。このことから，いくつかの因子を取り上げた実験で，各因子についての推測が簡単にできるためには，各因子は互いに直交していなければいけない。とりあげた因子のすべての水準組合せを実験する多元配置では，もちろん各因子は互いに直交する。

- しかし前の例のように，ある種の条件（前の例では，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの間に交互作用が存在しないという条件）のもとでは，すべての水準組合せの実験をしなくても，水準組合せの一部分だけを実験することにより因子を直交させることができるのである。ではどのような水準組合せの実験をすればよいか。この問いに答えるのが，直交表なのである。２水準の直交表としては，図表7．1のもののほかに，Ｌ4，Ｌ16，Ｌ32，Ｌ64がある。

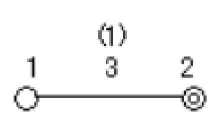
付表　直交表と線点図

注1　No.は実験番号を、列番は直交表中の列の番号を示す。
注2　交互作用の表は2列間の2因子交互作用を求めるためのものである。
注3　直交表の各列の群別表示をわりつけの型の中では次のような記号で示した。

群	記号	ただし、L32(2^31)のときのみ
1群	○	1群と2群
2群	◎	3群
3群	●	4群
4群	○	5群

$L4(2^3)$

上段:列番 下段:No.	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1
成分	a	b	ab
群番号	1群	2群	

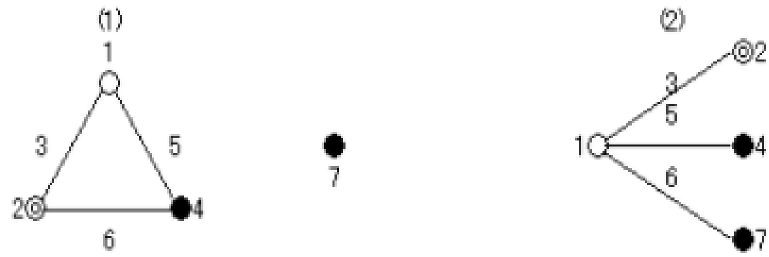


L8(2^7)

上段:列番 下段:No.	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
成分	a	b	ab	c	ac	bc	abc
群番号	1群	2群		3群			

2列間の交互作用の表

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
				(5)	3	2
					(6)	1
						(7)

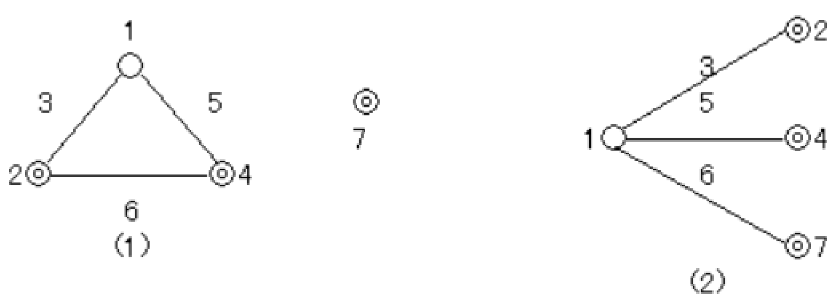


わりつけと解析についての補足

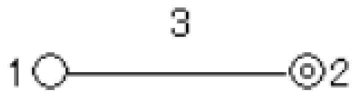
- （1）交互作用の出る列を成分記号から求める方法
- 交互作用の出る列を見出すには直交表に付属した表を使えばよいのであるが，直交表の成分記号の欄を使って見出すこともできる。その方法は，交互作用の出る列についてのルール
- 「2列間の交互作用の出る列は，それぞれの列の成分記号の積（掛け算）を成分記号に持つ列である。ただし，掛け算をして得られる結果において，a^2のように文字の2乗はその値を1とする，つまりa^2=b^2=c^2=1とする」
- を用いることである。例Ｌ8において。第3列と第6列との交互作用の出る列を求めよう。第3列の成分記号はab，第6列の成分記号はbcであるから ab×bc=ab^2c=ac　ここで2番目の等式はb^2=1というルールを使って得られてものである。acを成分記号にもつ列は第5列であるから，第3列と第6列との交互作用は第5列に出る。

（2）線点図を用いての割り付け

- 直交表で実験を計画するには，列に因子をわりつけ，交互作用の出る列には要因を割り付けないで空けておくということに注意して，2列間の交互作用の表を見ながら試行錯誤的にやっていけばよい。
- この際に，§7.3の例題7.2で説明したように，交互作用のある因子から先にわりつけるとよい。
- しかし場合によっては，わりつけが面倒なこともあるので，割付を容易にするため，線点図という図が作られており各直交表に付図として与えられている。例えば，L8には図表7.14のような2つの線点図が与えられている。



L8(2^7)の線点図



線点図

線点図は
（1）点と線とから成り立っており，それらは1つの列を表わす。その点，線がどの列を表わすかは，そばに数字で示されている。点としては，○，●，◎などの種類があるが，この種類の違いはいまの段階では無視してよい。

（2）2つの点を結ぶ線は交互作用を表わす。例えば，図は第1列と第2列の交互作用は第3列に出ることを表わしている。

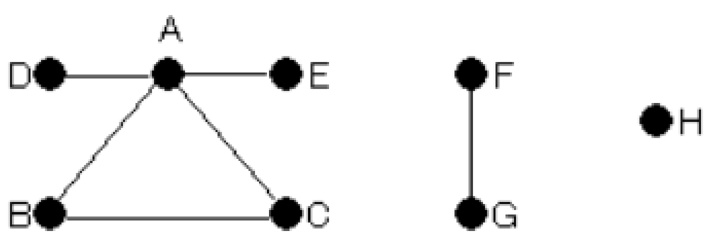
- L8の線点図（1）は，3つの点が相互に線で結ばれていることから，3つの因子Ａ，Ｂ，Ｃを1，2，4の3つの点，すなわち第1列，第2列，第4列にわりつけてやればよい。
- そうすると交互作用Ａ×Ｂ，Ｂ×Ｃ，Ａ×Ｃは第3，第6，第5列に出ることを教えてくれる。
- 線点図の（2）は，1つの点と他の3つの点が線で結ばれていることから，1つの因子Ａとほかの3つの因子，Ｂ，Ｃ，Ｄの交互作用を見たいという実験のわりつけに役立つ。
- それには，1つの因子Ａを第１列に，他の3つの因子Ｂ，Ｃ，Ｄを第2，第4，第7列にそれぞれわりつけてやればよい。

- 線点図はその直交表でいろいろなわりつけを考え，そのうちの代表的なものをいくつかの形に分類，整理して図示したものである。線点図を用いてのわりつけのやり方を例題によって説明しよう。

- 例題
  ２水準の因子Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈをとりあげ，交互作用としてはＡ×Ｂ，Ａ×Ｃ，Ａ×Ｄ，Ａ×Ｅ，Ｂ×Ｃ，Ｆ×Ｇが考えられ，その他の交互作用はないものと仮定する。この実験を線点図を用いてわりつけてみる。

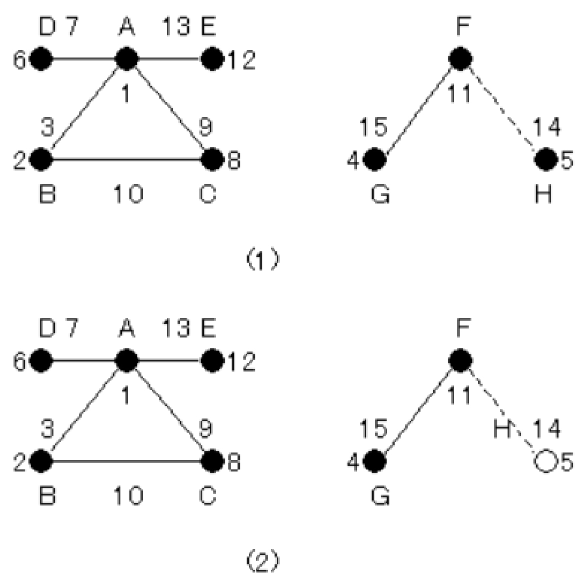
- 解説　調べたい要因効果は主効果が8つ，2因子交互作用が6つの計14個であるから，直交表としては列が14本以上必要である。Ｌ16でわりつけることを考える。

- 1.まず，調べたい要因効果を線点図に表現する。これを必要な線点図とよぶ。それは，因子（主効果）は点で，交互作用は2点を結ぶ線で表現する。いまの例では必要な線点図は図表7.16のようになる。Ｈは他の因子と交互作用を持たないと仮定しているから1点であって，他の点と線で結ぶ必要はない。



必要な線点図

- 2. L 16の線点図の中から，必要な線点図を一部分として含んでいるものを探す。6つの型のうち，型（2）と型（3）がこの条件を満足している。ここでは型（3）の（a）を使ってわりつけをする。
- 3.必要な線点図を選んできた線点図の上に置く。これでわりつけが決まったことになる。この置き方は1通りではなく，いく通りもある場合があるが，どれでもよいからどれか1つに決めてやればよい。



線点図上に必要な線点図を置く方法

2つの置き方を示す。Ｈは他因子と交互作用を持たないので，（1）のように，空いている点（第5列）に置いてもよいし，（2）のように空いている線（第14列）に置いてもよい。もし図の（1）のように置いたとすると，実験のわりつけは図表のようになる。

わりつけ表

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
要因	A	B	A×B	G	H	D	A×D	C	A×C	B×C	F	E	A×E		F×G

もちろん線点図を用いなくても2列間の交互作用の表を用いて思考錯誤的にわりつけをすることもできるが，線点図を用いるわりつけのほうが少し容易であろう。

（3）誤差項の自由度とプーリング

- 直交表による実験は，**実験回数を少なくするということがねらいの1つであるので，直交表にたくさんの因子をわりつける**ことが多い。

- このため**誤差項の自由度が小さく****なり，検定の精度が悪くなる。**
- つまり検定の**第2種の過誤-仮説が誤っているにもかかわらず仮説を棄却しない誤り**-が大きくなり，Ｆ検定の結果は有意にならないことが多い。

- このことから直交表による実験では，プーリングという手法を用いて誤差項の自由度を大きくすることがよく行われる。
- それは平均平方の欄を眺め，誤差の平均平方と比べてあまり大きくないような要因を誤差項にプールするのである。
- この際，プールの対象とする要因としては交互作用だけに限るという立場をとる人もあり，どの要因でもよいという立場をとる人もある。

- 実験によっては，全部の列に要因をわりつけるため，誤差項の自由度がゼロ，すなわち誤差項がない場合もある。このときには，平均平方の小さい要因いくつかをプールして誤差項とする。

- プーリングについては著者はつぎのように考えている。直交表による実験の場合には，誤差項の自由度が小さいので（誤差項がない場合もある），プーリングという手法を使うこともよい。
- しかし，プーリングをしても要因のＦ0値の相対的な大きさは変わらなくて，本来大きいＦ0値をもついくつかの要因が有意になるだけのことである。
- このことと，プーリングという手法は理論的に良いとも悪いともいえない，という2つの理由から，プーリングをしないで，分散分析表の平均平方の欄を眺め，誤差の平均平方と比べてうんと大きい平均平方をもついくつかの要因を重要な要因とみなし，あたかもこれらが有意であったようなとり扱いをすればよい。

- たくさんの因子をとりあげた実験（したがって誤差項の自由度の小さい実験）は，これで最終的な最適条件を決めるというものではなくて，たくさんの因子の中から重要な因子を選び出すために行われるということを考えると，実際にはこれで十分であろう。

２水準でない因子がある場合

- 直交表による実験では、原則として、因子の水準数は総て同じでなければいけない。しかし、2水準でない因子があっても，ちょっとした工夫をすることにより，２水準の直交表にわりつけることができる。

(1)4水準因子のわりつけ

- A(４水準)，B(２水準)，C(３水準)の3因子をとりあげ，これをＬ8(27)でわりつけたいとしよう。４水準の因子Aを２水準の直行表にわりつけるにはつぎのようにすればよい。任意の2列，たとえば第1列と第2列を取ってくると，数字の並びは(1,1)(1,2)(2,1)(2,2)の4通りある。この4通りの数字の並びにAの4つの水準A1，A2，A3，A4を対応させる。ただし，第1列と第2列の交互作用の出る第3列は，他の因子をわりつけないで空けておく。つまり，図表7.19のように，第1列，第2列，第3列の3つの列を用いて因子Aをわりつけることになる。

図表7.19　４水準因子Aのわりつけ

列番			Aの水準
(1)	(2)	(3)	
1	1	1	A 1
1	2	2	A 2
2	1	2	A 3
2	2	1	A 4

- A,B,Cの間に交互作用がないとすると， BとCは残った列のどれか，たとえば第4列と第7列にわりつける。この結果，実験する水準組合せは図表7.20のようになる。

図表7.20　わりつけ表

	|-	A	-|	B			C	
No.＼列番	1	2	3	4	5	6	7	水準組合せ
1	1	1	1	1	1	1	1	A1B1C1
2	1	1	1	2	2	2	2	A1B2C2
3	1	2	2	1	1	2	2	A2B1C2
4	1	2	2	2	2	1	1	A2B2C1
5	2	1	2	1	2	1	2	A3B1C2
6	2	1	2	2	1	2	1	A3B2C1
7	2	2	1	1	2	2	1	A4B1C1
8	2	2	1	2	1	1	2	A4B2C2

- ここで,因子A,B,Cの直交性を調べてみよう。BとCが直交することは明らかであるので,AとB，AとCの直交性を調べてみればよい。Ａ1での2つの実験，Ａ2での2つの実験，Ａ3での2つの実験，Ａ4での2つの実験を見ると，いずれもＢ1,Ｂ2で1回ずつ実験されており，Ｃ1,Ｃ2でも1回ずつ実験されている。したがって，Ａ1でのデータの合計，Ａ2でのデータの合計，Ａ3でのデータの合計，Ａ4でのデータの合計にはＢとＣの影響は平等に入っている。逆に，Ｂ1での4つの実験，Ｂ2での4つの実験を見ると，いずれもＡ1,Ａ2,Ａ3,Ａ4で1回ずつ実験されており，Ｂ1でのデータの合計，Ｂ2でのデータの合計にはＡの影響は平等に入っている。同様に，Ｃ1でのデータの合計，Ｃ2でのデータの合計にもＡの影響は平等に入っていることがわかる。結局，因子Ａ,Ｂ,Ｃは互いに直交している(もし第3列に因子Ｂをわりつけると，ＢとＡとが直交しない。この理由により，第3列は空けておくのである)。

- Ａ,Ｂ,Ｃは直交しているので，データの解析はこれまで通りのやり方でやればよい。たとえば，Ａ間平方和Ｓaは
- Ｓa＝(Ａ1でのデータの和)2／2＋…＋(Ａ4でのデータの和)2／2－ＣＴ
- として計算する。この場合，Ｓaは第1列，第2列，第3列の3つの列平方和の和に等しい。すなわち
- Ｓa＝Ｓ(1)＋Ｓ(2)＋Ｓ(3)
- である。このことから，因子Ａは第1列，第2列，第3列の3つの列にわりつけたと考えておくと便利である。

- ４水準因子Ａと２水準因子Ｂの間に交互作用Ａ×Ｂがある場合にはどうなるであろうか。Ａ×Ｂは，Ａのわりつけられた3つの列と,Ｂのわりつけられた列との交互作用の出る3つの列に出る。つまり
- Ａのわりつけられた列　Ｂのわりつけられた列

(1)列	×	(4)列	＝(5)列
(2)列	×	(4)列	＝(6)列
(3)列	×	(4)列	＝(7)列

- であるから，Ａ×Ｂは第5列，第6列，第7列に出る。したがって5,6,7列には因子をわりつけないで空けておかねばならない。

- Ａ×Ｂ平方和とその自由度は，第5，第6，第7列にＡ×Ｂ出ることに対応して
- $S_{a\times b} = S(5) + S(6) + S(7)$
  $\phi_{a\times b} = \phi(5) + \phi(6) + \phi(7) = 1 + 1 + 1 = 3$
  として形式的に求めることができる。

(2)擬水準法による３水準因子のわりつけ

- 因子Ａを３水準の因子とし，その水準をＡ1,Ａ2,Ａ3とする。４水準の因子は２水準の直交表にわりつけることができたので，”にせの水準”Ａ4を作り，形式的にＡを４水準にする。にせの水準Ａ4としては，Ａ1,Ａ2,Ａ3のうち重要と思われる水準を採用する。たとえばＡ２水準が重要であるとすれば，水準Ａ4はＡ２水準ということにする。したがって，Ａ２水準は他のＡ1,Ａ３水準の2倍だけ実験されることになる。このような水準Ａ4を擬水準(dummy：ダミイ)と呼ぶ。このように，３水準の因子にはダミイを入れて４水準の因子とし，４水準因子のわりつけ法を使う。

- 　ダミイを入れた場合，因子間の直交性が保存されるかどうかを調べてみよう。2つの因子Ａ(Ａ1,Ａ2,Ａ3の３水準)，Ｂ(Ｂ1,Ｂ2の２水準)をとりあげ，これを２水準の直交表　にわりつけることを考える。Ａは３水準であるので，ダミイＡ4＝Ａ2を入れて４水準にする。Ａを第1，第2，第3列にわりつけ，Ｂを第4列にわりつける。その結果，実験する水準組合せは図表7.21のようになる。

ダミイを入れた因子を含むわりつけ

	|-	A	-|	B			C		
No.＼列番	1	2	3	4	5	6	7	水準組合せ	データ
1	1	1	1	1	1	1	1	Ａ1Ｂ1	χ1
2	1	1	1	2	2	2	2	Ａ1Ｂ2	χ2
3	1	2	2	1	1	2	2	Ａ2Ｂ1	χ3
4	1	2	2	2	2	1	1	Ａ2Ｂ2	χ4
5	2	1	2	1	2	1	2	Ａ3Ｂ1	χ5
6	2	1	2	2	1	2	1	Ａ3Ｂ2	χ6
7	2	2	1	1	2	2	1	Ａ4Ｂ1＝Ａ2Ｂ1	χ7
8	2	2	1	2	1	1	2	Ａ4Ｂ2＝Ａ2Ｂ2	χ8

- ここで因子Ａの各水準での実験における因子Ｂの水準を調べてみると，

  Ａ1での2つの実験：Ｂ1,Ｂ2をそれぞれを1回ずつ
  Ａ2での4つの実験：Ｂ1,Ｂ2をそれぞれを2回ずつ
  Ａ3での2つの実験：Ｂ1,Ｂ2をそれぞれを1回ずつ

-

となっている。それで，Ａ1でのデータの平均値，Ａ2でのデータの平均値，Ａ3でのデータの平均値を比べると，Ｂの影響はおのおのに平等に入っていることになる。因子Ｂについても同様であって，Ｂ1でのデータの平均値とＢ2でのデータの平均値を比べると，Ａの影響は平等に入っている。以上の考察から，因子Ａと因子Ｂは直交していることが確かめられた。

- このように，ダミーを導入した因子があっても，実験は依然として直交しているので，実験データの解析は普通の方法でやればよい。ただ，ダミイを入れた因子の平方和は，列平方和によって形式的に計算することはできないので，本来のやり方でやらねばならない。つまり，いまの例では，Ａ間平方和Ｓaは
- 　Ｓa＝(Ａ1でのデータの和)^2／2＋(Ａ2でのデータの合計の和)^2／4＋(Ａ3でのデータの和)^2／2－ＣＴ
  として計算する(Ｓa＝Ｓ(1)＋Ｓ(2)＋Ｓ(3)ではない)。
- 　したがって誤差平方和も本来のやり方，つまり総平方和からの引き算
- 　Ｓe＝Ｓt－Ｓa－Ｓb
  として計算する(Ｓe＝Ｓ(5)＋Ｓ(6)＋Ｓ(7)ではない)。

- もし，ＡとＢとの間に交互作用がある場合にはどうなるであろうか。Ａは第1，第2，第3列に，Ｂは第４列にわりつけてあるので，Ａ×Ｂは
- (1)列 × (4)列 ＝(5)列
  (2)列 × (4)列 ＝(6)列
  (3)列 × (4)列 ＝(7)列
  つまり第５，第６，第７列の３つの列に出る。したがってこの３つの列には他の要因をわりつけないで空けておかねばいけない。

- Ａ×Ｂ平方和は，因子Ａにダミーが入れてあるので，形式的に　とするわけにはいかず，面倒でも本来のやり方で計算しなければいけない。すなわち，まずＡとｂの２元表(図表7.22)を作る。
- 図表7.22　ＡとＢとの２元表

図表7.22　ＡとＢとの２元表

A＼B	B 1	B 2
A 1	X_1	X_2
A 2	X_3, X_7	X_4, X_8
A 3	X_5	X_6

そして

$$Sab=\frac{(\text{A1B1でのデータの和})^2}{\text{A1B1でのデータの個数}}+\frac{(\text{A1B2でのデータの和})^2}{\text{A1B2でのデータの個数}}+\frac{(\text{A3B2でのデータの和})^2}{\text{A3B2でのデータの個数}}-CT$$

$$=\frac{x_1^2}{1}+\frac{x_2^2}{1}+\frac{(x_3+x_7)^2}{2}+\frac{(x_4+x_8)^2}{2}+\frac{x_5^2}{1}+\frac{x_6^2}{1}-CT$$

を計算し

$$S_{a\times b}=Sab-Sa-Sb$$

として求める。自由度$\varphi_{a\times b}$は，$\varphi_{a\times b}=\varphi_a\times\varphi_b=2\times1=2$として計算する。

参考文献

鷲尾(1988)「実験の計画と解析 (シリーズ入門統計的方法4)」岩波書店, pp.128-133